

数の表現 (numbers)

1. 基数 (radix)

10 進数の 1234.56 は以下を意味する：

$$1 \times 10^3 + 2 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 4 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2}$$

ここに $10^0=1$, $10^{-1}=0.1$, $10^{-2}=0.01$ である. 同様に 2 進数の 1101.11 は以下を意味する：

$$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$

ここに $2^0=1$, $2^{-1}=0.5$, $2^{-2}=0.25$ である. 16 進数では 10, 11, 12, 13, 14, 15 をそれぞれ A, B, C, D, E で表す. 16 進数の EC4A.B8 は以下を意味する：

$$14 \times 16^3 + 12 \times 16^2 + 4 \times 16^1 + 10 \times 16^0 + 11 \times 16^{-1} + 8 \times 16^{-2}$$

ここに $16^0=1$, $16^{-1}=0.0625$, $16^{-2}=0.00390625$ である.

一般に n 進法の $a_3 a_2 a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2}$ は以下を意味する：

$$a_3 \times n^3 + a_2 \times n^2 + a_1 \times n^1 + a_0 \times n^0 + a_{-1} \times n^{-1} + a_{-2} \times n^{-2}$$

ここに $n^0=1$, $n^{-1}=\frac{1}{n}$, $n^{-2}=\frac{1}{n^2}$ である. n 進法の n を基数 (radix) という.

何進法でも基数倍すれば小数点の位置はひとつ右に移動する. 10 倍すれば 0 がひとつ付くのは 10 進法だけではない. 2 進法なら 2 倍すれば 0 がひとつ付く. 人間が 10 進法を使っていることには手に指が 10 本あるから以外の理由はない. 10 進法の 3 は何進法にしても素数である. 10 進法では循環小数になる $\frac{1}{3}$ は 3 進法では 0.1 になる.

2. 2 進数への変換

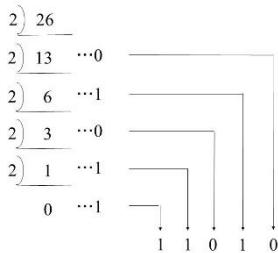


Figure 1 26 の変換

26 を 2 で割って商が 13 で余りが 0 なのは $26=13 \times 2+0$ を意味する. さらに 13 を 2 で割って商は 6 で余りが 1 であることは $26=(6 \times 2+1) \times 2+0$ になることを意味する. さらに 6 を 2 で割って, 商は 3 で余りが 0 なのは $26=((3 \times 2+0) \times 2+1) \times 2+0$ を意味する. さらに 3 を 2 で割ると商は 1 で余りが 1 なのは $26=((1 \times 2+1) \times 2+0) \times 2+1$ を意味する. 展開すると $26=1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0$ が得られる.

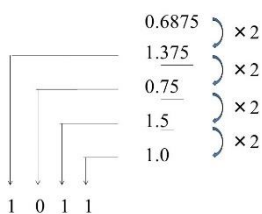


Figure 2 0.6875 の変換

0.6875 を 2 倍すると 1.375 になるということは $0.6875=1.375 \times 2^{-1}$ を意味する. さらに 1.375 の小数点以下を 2 倍すると 0.75 になることは $0.6875=(1+0.75 \times 2^{-1}) \times 2^{-1}$ を意味する. さらに 0.75 を 2 倍すると 1.5 になることは $0.6875=(1+(0+1.5 \times 2^{-1}) \times 2^{-1}) \times 2^{-1}$ を意味する. さらに 1.5 の小数点以下を 2 倍すると 1 になることは $0.6875=(1+(0+(1+1 \times 2^{-1}) \times 2^{-1}) \times 2^{-1}) \times 2^{-1}$ を意味する. 展開すると $0.6875=1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4}$ が得られる.

(たかはし・りゅういち)